



## 저작자표시-비영리-변경금지 2.0 대한민국

이용자는 아래의 조건을 따르는 경우에 한하여 자유롭게

- 이 저작물을 복제, 배포, 전송, 전시, 공연 및 방송할 수 있습니다.

다음과 같은 조건을 따라야 합니다:



저작자표시. 귀하는 원저작자를 표시하여야 합니다.



비영리. 귀하는 이 저작물을 영리 목적으로 이용할 수 없습니다.



변경금지. 귀하는 이 저작물을 개작, 변형 또는 가공할 수 없습니다.

- 귀하는, 이 저작물의 재이용이나 배포의 경우, 이 저작물에 적용된 이용허락조건을 명확하게 나타내어야 합니다.
- 저작권자로부터 별도의 허가를 받으면 이러한 조건들은 적용되지 않습니다.

저작권법에 따른 이용자의 권리는 위의 내용에 의하여 영향을 받지 않습니다.

이것은 [이용허락규약\(Legal Code\)](#)을 이해하기 쉽게 요약한 것입니다.

[Disclaimer](#)

공학석사학위논문

고객 서비스 수준 향상을 위한 특수강  
산업의 push-pull 경계선 최적화 문제

Push-Pull boundary optimization problem  
of special steel industry to improve  
customer service level

2017년 8월

서울대학교 대학원  
산업공학과  
황 현 지

# 초 록

서울대학교 대학원  
산업공학과  
황 현 지

철강산업은 일관제철산업(Integrated Steel Mill Industry, ISM)과 특수강 산업(Special Steel Mill Industry, SSM)으로 구분된다.

ISM은 push-pull 혼합 전략을 적용하기 용이한데 비해 SSM은 순수한 pull 방식이 최선이라고 여겨져왔다. 본 연구에서는 SSM을 대상으로 비용 절감 및 고객 서비스 향상을 위한 혼합 전략의 경계선 최적화 문제를 다룬다.

대표적인 혼합 전략인 차별화 지연 전략은 공통 반제품을 재고로 보관하여 실제 수요가 발생하면 나머지 공정을 거쳐 공급하는 것을 의미한다.

본 연구에서는 먼저 제품과 원료, 생산공정의 분석을 통해 효과적인 반제품을 도출하고, 이를 바탕으로 반제품의 재고관리 문제를 정의하여 push-pull 경계선 최적화를 달성한다.

구체적으로 반제품 재고관리 문제는 불확정적 수요 하에서 반제품의 목표 재고량과 재보충 주기를 구하는 것이다. 이는 Joint Replenishment Problem(JRP)와 유사하며, 두 문제 모두 여러 개의 주기를 구하는 것이 문제를 어렵게 만든다. 따라서 본 연구에서는 휴리스틱을 통해 문제를 해결한다.

$NP - hard$ 라고 알려진 JRP는 주기를 상수 값으로 고정함으로써 문제를 해결하는데, 본 모형에서도 이와 유사하게 주기를 2의 승수 값으로 고정하는 Power-of-Two policy를 고려한다. 실험을 통해 반제품 도입 전후와 비교하여 비용이 감소됨을 보였다.

주요어 : 특수강 산업, 지연 전략, 재고관리 문제, JRP, Power-of-Two

학번 : 2015 - 21157

# 목 차

## 국문 초록

<b>1</b>	<b>서론</b>	<b>1</b>
1.1	연구 배경 및 연구 목적 . . . . .	1
1.2	기존 연구 . . . . .	5
1.3	논문 구성 . . . . .	8
<b>2</b>	<b>공통 반제품 도출</b>	<b>9</b>
2.1	특수강 산업의 특징 . . . . .	9
2.2	ABC 분석 . . . . .	11
2.3	원료 분석 . . . . .	12
2.4	공정 조합 분석 . . . . .	12
2.5	공통 반제품 도출 규칙 . . . . .	14
<b>3</b>	<b>모형화</b>	<b>19</b>
3.1	개요 . . . . .	19
3.2	가정 . . . . .	19
3.3	결정 변수 . . . . .	21
3.4	비용함수 . . . . .	21
3.4.1	반제품 재고가 있는 경우 . . . . .	21
3.4.2	반제품 재고가 없는 경우 . . . . .	22
3.4.3	선의 상실 비용 . . . . .	23
3.4.4	잔존가치 . . . . .	24
3.5	개요 . . . . .	25
3.6	표기 . . . . .	25

3.7	목적함수와 비용함수 . . . . .	26
3.8	단일 공통 반제품 모형 . . . . .	28
3.9	복수 공통 반제품 모형 . . . . .	29
<b>4</b>	<b>해법</b>	<b>31</b>
4.1	단일 공통 반제품 모형의 수리적 구조 . . . . .	31
4.2	해법 개요 . . . . .	32
4.3	휴리스틱 . . . . .	34
<b>5</b>	<b>실험</b>	<b>37</b>
5.1	파라미터 . . . . .	37
5.2	결과 . . . . .	38
5.2.1	선의 상실 비용에 따른 결과 . . . . .	38
5.2.2	고정비용에 따른 결과 . . . . .	41
5.2.3	선의 상실 비용이 없을 때의 결과 . . . . .	43
<b>6</b>	<b>결론 및 추후 과제</b>	<b>44</b>
<b>7</b>	<b>부록</b>	<b>45</b>
	참 고 문 헌	47
	영문 초록	50

## 표 목차

2.1	[단계 1] 적용 전 . . . . .	14
2.2	[단계 1] 적용 후 . . . . .	15
2.3	[단계 2] 적용 전 . . . . .	15
2.4	[단계 2] 적용 후 . . . . .	15
2.5	[단계 3] 적용 전 . . . . .	17
2.6	수요(1)의 [단계 3] 적용 후 . . . . .	17
2.7	수요(2)의 [단계 3] 적용 후 . . . . .	17
5.1	선의 상실 비용에 따른 최적 주기 . . . . .	39
5.2	선의 상실 비용에 따른 목적함수 값 (단위: 만원) . . . . .	40
5.3	고정비용에 따른 최적 주기 . . . . .	41
5.4	고정비용에 따른 목적함수 값 (단위: 만원) . . . . .	42
5.5	선의 상실 비용이 없는 경우의 목적함수 값 (단위: 만원) . . . . .	43

## 그림 목차

1.1	차별화 지연 전략 . . . . .	1
1.2	일관제철(ISM) 생산 과정 . . . . .	2
2.1	특수강 산업의 공급사슬 . . . . .	9
2.2	특수강 산업의 단위 공정 . . . . .	10
2.3	ABC 분석 결과 . . . . .	11
2.4	대표 공정 조합 네트워크 . . . . .	13
2.5	그룹 1의 공정 조합 네트워크 . . . . .	18
3.1	그룹 1의 공정 조합 네트워크 . . . . .	21
3.2	그룹 1의 공정 조합 네트워크 . . . . .	22
3.3	잔존가치를 고려하지 않은 경우 . . . . .	24
3.4	잔존가치를 고려하지 않은 경우 . . . . .	24
4.1	$\partial g/\partial v$ 그래프 . . . . .	32
4.2	$h(T)$ 그래프 . . . . .	32
4.3	$g(v; T)/T$ 그래프 . . . . .	34
4.4	Power-of-Two policy를 적용한 예시 . . . . .	36



# 1. 서론

## 1.1 연구 배경 및 연구 목적

철강 산업은 크게 일관제철산업(*Integrated Steel Mill Industry, ISM*)과 특수강 산업(*Special Steel Mill Industry*)으로 구분된다. ISM에서는 push-pull 혼합 전략을 활발히 적용한데 비해 SSM은 순수한 pull 방식으로 운영되어 왔다.

혼합 전략인 차별화 지연 전략(*Post-ponement Strategy*)은 (Alderson, 1950) 제품 차별화가 드러나는 시점을 최대한 뒤로 미루는 것을 의미한다. 그림 1.1와 같이 공통 공정을 거치는 완제품의 수요를 예측하여 공통 반제품으로 미리 생산한 후(push), 실제 수요가 발생하면 나머지 공정을 거쳐 고객에게 제공하는 것이다(pull).

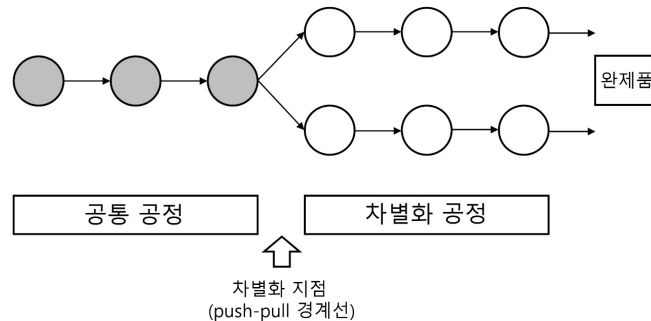


그림 1.1: 차별화 지연 전략

지연 전략을 적용하면 개별 제품의 불확실성이 공통 반제품으로써 함께 고려되기 때문에 전체적인 불확실성이 감소되며(*risk pooling*) 공통 공정을 미리 처리하기 때문에 고객 리드타임(*customer lead time*)이 단축되는 효과가 있다(Lee and Tang, 1997; Denton et al., 2003).

ISM에서 혼합 전략이 활발히 적용되는 이유는 반제품의 종류가 한정적

이라는 것에 있다. ISM은 제품 형태는 다를 수 있지만 일반적으로 철광석을 녹여 강판(slab)을 생산하는데 이때 사용되는 원료와 공정 조합은 모두 한 가지로 완제품의 사양은 강판의 두께와 크기로만 구별된다.

즉, 처음부터 고객이 요구하는 두께와 크기에 맞춰 제품을 생산하는 것이 아니라 강판의 두께를 몇 가지로 한정시켜 같은 크기의 반제품으로 보관하는 것이다(그림 1.2). 추후 실제 수요가 발생하면 반제품을 재열(reheat)하여 주문 두께로 성형한 후 원하는 크기로 잘라 완제품을 완성한다(Denton et al., 2003).

ISM에 지연 전략을 적용한 연구는 반제품 재고 관리 문제(Balakrishnan and Geunes, 2003), 반제품의 두께 혹은 크기 결정 문제(Vonderembse, 1984; Balakrishnan and Brown, 1996)에서부터 단위 공정에 대한 스케줄링 문제에 대한 연구도 활발하다(Vonderembse and Haessler, 1982).

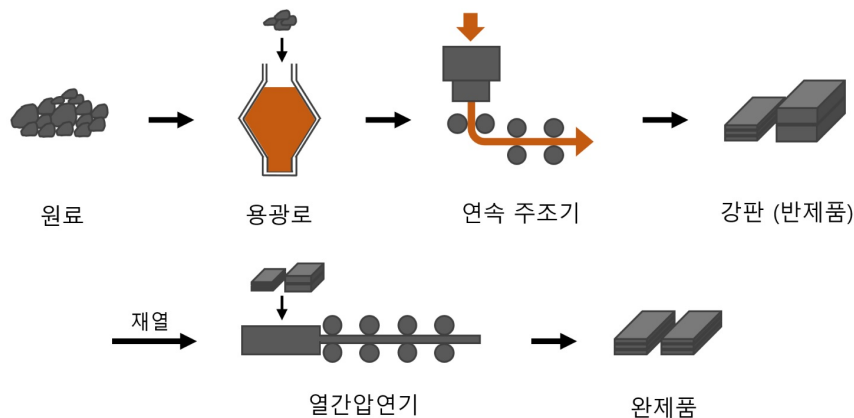


그림 1.2: 일관제철(ISM) 생산 과정

이에 반해 SSM은 강종과 원료 선정, 공정 조합의 종류만 수십 가지이며 완제품은 수천 가지로 반제품을 간한히 도출하기 어려운 환경이다.

본 연구에서는 SSM에서 비용 절감 및 고객 서비스 수준의 향상을 위해 push 방식의 적용 가능성을 관찰한다. 이를 위해 먼저 특수강의 제품, 원료, 생산 공정 분석을 통해 반제품을 도출하고, 두 번째로 반제품의 재고관리 문제를 도출하여 문제를 해결한다.

이때 반제품 도출 목표는 최대한 많은 완제품에 공통으로 사용될 수 있도록 반제품을 구성하는 것과 고객 리드타임을 최대한 축소하는 것에 있다. 본 논문에서는 SSM의 반제품 결정 요소인 (1) 강종, (2) 원료 선정, (3) 공정 조합별 분석을 시행하였다.

먼저 특수강 산업의 실제 거래내역 데이터를 바탕으로 ABC분석을 통해 완제품의 중요도를 구분하였다. 그 결과 4600개에 달하는 전체 완제품을 대상으로 생산 중량의 상위 20%에 해당하는 A 그룹(921개)에 전체 생산 중량의 85%가 집중되어 있음을 관찰하고 A 그룹의 완제품만을 대상으로 공통 반제품 도출을 고려한다.

첫 번째 반제품 결정 요소인 강종은 원료 생산 단계에서부터 결정되기 때문에 서로 다른 강종은 같은 반제품으로 묶일 수 없다. 두 번째 원료 선정은 역시 원료 생산에서부터 결정되지만, 데이터를 분석한 결과 주문 선경의  $[0 \sim +10 \text{ mm}]$  내에 있는 같은 강종의 다른 원료도 모두 같은 완제품을 만드는데 사용될 수 있음을 관찰하였다. 따라서, 해당 범위 내의 원료는 하나로 간주 할 수 있다.

마지막으로 전체 공정 조합 중 상대적으로 공정 처리 시간이 짧고 제품의 차별화를 결정 짓는 단위 공정이 가장 먼저 처리되는 조합을 모두 제외하면 공통 반제품 도출 규칙을 도출할 수 있다.

이렇게 도출된 반제품은 전체 122개로 본 연구에서는 전체 생산 중량의 20%를 차지하는 상위 20개의 반제품만 고려하며, 이를 바탕으로 반제품 재고관리 문제를 도출한다.

반제품 각각은 서로 다른 완제품으로 생산되며 수요와 단위 시간(일) 당

평균 주문 횟수가 모두 다르기 때문에 모든 반제품을 하나의 주기로 관리하는 것은 부자연스럽다. 따라서 공통 반제품 관리에 고려되는 비용의 단위 시간 당 기댓값을 최소화하는 개별 주기와 목표 재고량을 결정하는 문제를 도출할 수 있다.

복수 주기를 구하는 것은 문제를 어렵게 만드는 요인인데 따라서 본 논문에서는 단일 모형을 정의하여 문제의 구조를 살펴보고, 복수 모형으로 확장한다.

복수 모형은 *Joint Replenishment Problem(JRP)*에서 유사하게 관찰되며 이 문제는 *NP-hard*라고 알려져 있다(Arkin et al., 1989). 특히 복수 주문 주기를 구하는 것이 문제를 어렵게 만드는 요인이기 때문에 JRP 연구의 휴리스틱은 주기를 조정하는 것에 집중되어 있다. 특정 규칙을 적용하여 주문 주기를 상수로 고정하거나(Jackson et al., 1985) 혹은 제약식을 통해 주기의 값을 한정시킨다(Eynan and Kropp, 1998).

이러한 접근법은 JRP가 *Economic Order Quantity(EOQ)* 모형의 확장된 문제이기 때문에 가능한데, EOQ 모형의 insensitivity 성질은 최적 주문 주기보다 긴 주기를 가정하더라도 최적 목적함수에 큰 영향을 주지 않는다는 것으로, 재고 유지 비용이 다른 비용보다 상대적으로 작은 것으로부터 유도된다. 최적 주문 주기보다 긴 주기를 가정하더라도 최적 목적함수에 큰 영향을 주지 않는다는 것을 보장할 수 있기 때문이다.

이처럼 본 연구에서 다루는 모형 또한 어렵다고 추측할 수 있기 때문에 먼저 단일 모형의 구조를 먼저 밝히고, 이를 바탕으로 복수 모형의 휴리스틱을 제안한다. 단일 모형의 목적함수는  $T$ 가 상수로 고정되었을 때  $v$ 에 대해 볼록함을 증명하였다. 복수 모형의 목적함수는 단일 모형의 목적함수가 더해진 형태이며, 추가되는 생산 용량 제약식은  $v$ 에 대해 선형이므로 전체 공통 반제품( $n$ )에 대해  $T_n$ 이 상수로 고정되면 복수 모형 또한  $v_n$ 에 대해 볼록성을 가진다.

다시 말해, 단일 모형을  $n$ 번 풀어 얻은  $T_n$ 이 복수 모형의 입력값이 되면 풀기 쉬운 문제가 되고, 이때  $T_n$ 은 insensitivity 성질에 의해 조정되어도 목

적합수 값에 큰 영향을 미치지 않음을 보장할 수 있다.

$T_n$ 을 고정하는 방법 중 하나인 Power-of-Two policy는 기존에 JRP의 휴리스틱 방법 중 하나로 각 주기 값을 단일 모형을 풀어 얻은 값보다 크지만 가장 작은 2의 승수 값을 가정한다(Jackson et al., 1985). 이러한 접근법은 복수 모형의 준최적해(suboptimal)를 도출한다. 이는 실제 최적해와 비교하여 오차를 가지지만 실제 운영상의 관점에서 봤을 때 여러 개의 반제품 주기를 개별적으로 고려하는 것보다 2의 승수 값으로 고려하는 것이 운영 스케줄을 더욱 간단하게 만들기 때문에 효율성을 가진다.

## 1.2 기존 연구

본 논문에서 다루는 지연 전략은 Alerson (1950)에 의해 최초로 제시된 개념이다. 지연 전략이 도입된 배경은 물류 산업에서 낭비되는 비용을 절감하는 것에 있었다. Zinn (1990)에서는 음료를 물류센터로 배송하는 과정에서 완제품을 배송하는 것이 아닌 음료 원액을 배송하는 것을 제안한다. 즉, 고객과 가장 가까운 지점까지 원액으로 배송하는 것은 고객 수요가 구체화될 때까지 반제품 형태로 배송하는 것이다.

Dapiran (1992)에서는 Benetton이 여러 가지 색상의 스웨터를 생산하는데 지연 전략을 적용한 사례를 소개한다. 기존에 Benetton은 각 색상 별 수요를 예측하여 염색한 실을 이용하여 스웨터를 생산했는데, 패션 산업은 유행에 민감하고 변화 흐름이 빠르기 때문에 예측 수요에 오차가 컸다. 이에 Benetton은 흰색 실로 스웨터를 생산해 둔 후, 특성 색상에 대한 실제 주문이 들어오면 흰색 스웨터를 통째로 염색하여 수요에 대응하였다.

이렇게 지연 전략의 초기 연구는 산업 운영의 정책적인 측면에서 아이디어를 제안하는 수준이었다면 최근에는 조립 산업의 발달과 함께 (1)반제품 도출 문제, (2)반제품 생산 문제, (3)반제품 할당 문제, (4)반제품 공정 스케줄링 문제와 같이 생산 운영의 문제와 더불어 연구되고있다.

Swaminathan and Tayur (1998)의 연구에서는 고객 별로 서로 다른 사양의 컴퓨터를 주문하는 상황에서 지연 전략을 적용한 내용을 다룬다. 모든 완

제품에 공통으로 들어가는 부품을 조립하여 반제품으로 보관하고, 실제 주문이 들어오면 사양에 맞게 부품을 추가 조립하여 제품을 완성하였다. 이러한 전략을 통해 IBM은 고객 리드타임을 단축시키고 고객 서비스 수준을 향상시킬 수 있었다. 이 밖에도 조립 산업에서 지연 전략 적용을 용이하게 하도록 부품 조립 순서를 바꾸어 반제품으로 확보하려는 시도가 많았다 (Brown et al., 2000). 이러한 연구 흐름은 제품 설계 과정에서 최대한 많은 공통 부품을 설계하는 방향으로 확대되었다(Lee and Billington, 1994).

본 논문에서는 특히 철강 산업에 집중한다. Denton et al. (2003)과 Balakrishnan and Geunes (2003)의 연구에서는 ISM의 강관 생산 과정에서 지연 전략을 고려한다. 과거에는 고객 주문이 들어옴과 동시에 생산을 시작하여 공급했는데, 지연 전략을 적용하면 강관의 두께를 몇 가지로 한정시켜 같은 크기의 반제품으로 보관한다. 이후 실제 고객 주문이 들어오면 주문 사양에 맞게 추가 생산하여 공급한다. 이때, 이익을 최대화하기 위해 특정 완제품( $i$ )을 생산할 때 어떤 반제품( $j$ )을 선택하는지에 대한 문제를 다룬다.

ISM과 관련한 연구는 공정 순서를 바꿀 수 없는 산업에 지연 전략을 적용했다는 점이 우리 연구와 유사하지만 ISM은 원료(철광석)와 공정 조합이 모두 한 가지로 반제품의 종류가 한정적이다(Vonderembse, 1984; Balakrishnan and Brown, 1996). 하지만 특수강 산업은 원료의 종류가 다양하여 반제품을 쉽게 도출할 수 없다. 따라서 지연 전략 적용을 위해서는 원료, 완제품, 공정 조합 분석을 통해 효율적인 반제품을 도출하여 이 것의 재고관리 문제를 다루어야 한다.

특수강 산업은 공통 반제품 도출 과정에 대해 관찰하고, 반제품의 재고관리 문제를 고려해야한다. 본 연구에서는 단일 공통 반제품 모형과 복수 공통 반제품 모형을 정의하는데, 복수 개의 반제품 각각은 서로 다른 완제품 생산에 사용되며 수요와 단위 시간(일) 당 평균 주문 횟수가 모두 다르다. 따라서 공통 반제품의 생산량과 생산 주기를 모두 고려해야한다.

이러한 문제는 복수 제품의 목표 주문량과 주문 주기를 다루는 문제인 JRP에서 유사하게 관찰된다. Arkin et al. (1989)는 JRP가  $NP - hard$ 임을

증명했는데, 복수 제품 별 주문 주기를 구하는 것이 문제를 어렵게 만드는데, 이를 풀기위한 휴리스틱은 주기를 다루는 것에 집중되어있다.

이러는 접근법은 JRP가 EOQ 모형에서 확장된 문제이기 때문에 가능한데 EOQ 모형은 최적 주기보다 큰 주기를 가정해도 최적 목적함수 값에 크게 영향을 미치지 않음을 보장하는 sensitivity 성질을 가지고 있으며, 이 모형이 JRP로 확대되면서 유지된다.

Jackson et al. (1985)의 휴리스틱에서 최적 주기와 다른 주기를 구하는 방법으로 Power-of-Two Policy를 최초로 제안했다. 수요가 일정하고 저장 용량 제약이 없는 상황에서 주문 주기를 구하는 문제를 다룬다. 이때 주문 행위에서 발생하는 주문 비용과 어떤 완제품들을 함께 주문하냐에 따라 다르게 발생하는 joint 비용을 고려하며 전체 주문 비용을 최소화하는 제품( $i$ )의 주문 주기( $T_i$ )를 결정한다.  $T_i$  각각을 구하는 것이 어렵기 때문에  $T_i$ 가 2의 승수 값이 되는 제약식을 추가하여 문제를 해결한다.

Eynan and Kropp (1998)에서는 불확정 수요에서 제품( $i$ )의 목표 재고량( $Q_i$ )과 재보충 주기( $T_i$ )를 구하는 문제를 다루는데 이를 풀기 위해 단일 모형을 복수 제품 개수만큼 반복하여 재보충 주기를 각각 구한다. 이때 얻은 주기 중 가장 짧은 주기를 기본 주기로 설정하고, 기본 주기와 다른 주기가 모두 배수 관계를 가지도록 상수 값을 구한다. 이 연구에서는 수요를 평균으로 근사시켜 다루고 제약식이 없기 때문에 본 모형과 차이가 난다.

Rao (2003)의 연구에서는 Eynan and Kropp (1998)와 유사한 문제와 흐름을 다루며 제품 수요가 정규 분포임을 가정하고, 제약식이 없는 문제를 다룬다. 이 논문에서는 단일 모형에 집중하며 이를 복수 모형으로 확장하지만 공급 사슬 환경을 다루기 때문에 본 연구의 배경과 다르다.

일반적인 JRP 문제는 그 어려움 때문에 대부분의 연구는 유사한 흐름의 휴리스틱을 다룬다. 우리 연구 또한 휴리스틱의 접근법이 유사하지만 JRP 연구에서 다루는 모형에서 그 차이가 발생한다. 우리 문제는 수요를 불확정적으로 다루는데 반해 기존 연구에서는 확정적 수요나 불확정 수요를 근사적으로 고려한다. 또한 본 연구에서는 joint 생산 용량을 제약식으로 고려하

는데 일반적인 JRP는 제약식이 없고 joint 비용을 고려하기 때문에 특수강 산업에 적용하기 어렵다.

### 1.3 논문 구성

본 논문은 다음과 같이 구성되어 있다. 2장에서는 특수강 산업의 전반적인 특성과 실제 데이터를 관찰한 결과를 설명하고 공통 반제품 도출 규칙을 제안한다. 3장에서는 규칙을 바탕으로 도출된 공통 반제품이 하나일 때와 복수 개 일때의 목표 재고량과 재보충 주기를 구하는 모형 각각을 정의하고, 4장에서는 3장에서 제안한 단일 공통 반제품 모형의 수리적 구조를 살펴보고 이를 바탕으로 복수 모형을 해결하는 휴리스틱을 제안한다. 5장에서는 휴리스틱을 바탕으로 진행한 실험 결과와 그 의미를 살펴보고 마지막 6장에서는 결론 및 추후 과제를 제시한다.



## 2. 공통 반제품 도출

이번 장에서는 특수강 산업의 제품과 원료, 생산공정 분석을 통한 효과적인 반제품 구성에 대해 알아본다. 분석 방향은 최대한 많은 완제품에 공통으로 사용될 수 있도록 구성하는 것과 고객 리드타임을 최대한 단축하는 것에 있다.

### 2.1 특수강 산업의 특징

특수강은 일반 철강 제품에 용도에 맞는 여러 합금 원소를 첨가한 특수 철강 제품을 일컫는다. 특수강 산업은 ISM에서 생산한 원료를 파스너 업체의 주문에 따라 특정 공정 조합을 거쳐 특정 선경으로 만드는 역할을 한다. 이렇게 1차 가공을 거친 제품은 파스너 업체를 통해 체결용 부품으로 만들어져 최종 고객사에게 판매된다 (그림 2.1).

특수강 산업에서 생산하는 제품은 2차 가공을 거쳐 볼트, 너트 등으로 생산되는데 이는 자동차, 항공기, 산업 장비 등을 조립하는데 사용된다. 이 파스너 업체가 만드는 제품은 최종 고객사가 어떤 부품을 조립하냐에 따라 다양한 성질과 모양의 부품을 생산하며 이는 특수강 제철소에서 생산하는 완제품의 종류를 다양하게 만든다.



그림 2.1: 특수강 산업의 공급사슬

특수강 산업에서 완제품을 결정짓는 요소는 (1) 강종, (2) 선경, (3) 공정 조합으로 구분된다.

먼저 강종은 원료에서부터 결정되며 어떤 원소를 합금했냐에 따라 달라진다. 본 논문에서 고려하는 실제 기업이 다루는 강종은 약 95가지이다. 원료는 강종과 원료 선경으로 구성되는데 동일한 강종 하에 고객이 주문한 제품을 생산하는데 용이한 선경을 가진 원료가 주원료가 된다.

두 번째로 선경은 고객이 주문한 제품의 두께를 일컫으며, 신선(drawing) 공정을 통해 조정된다. 특수강 제품으로 만드는 체결용 부품은 정교한 조립이 필요한 산업에 주로 사용되기 때문에 고객(파스너 업체)이 주문하는 선경은 소수점 둘째 자리까지 매우 세밀하며 허용 오차 범위는 평균  $\pm 0.04\text{mm}$  정도로 매우 작다. 일반적으로 특수강 산업의 공급 가능 선경은 2 ~ 55 mm이다.

마지막으로 공정 조합은 그림 2.2와 같이 원료를 제외한 8개의 단위 공정의 조합으로 결정된다. 이때 순서에 상관없이 동일한 단위 공정이 여러번 포함될 수 있으며, 본 연구에서는 32가지의 공정 조합을 다룬다.

이론적으로 완제품의 종류는 한정할 수 없지만, 실제 기업의 약 2년간의 거래내역 데이터를 분석하여 고려하는 전체 완제품을 4600개로 한정한다.

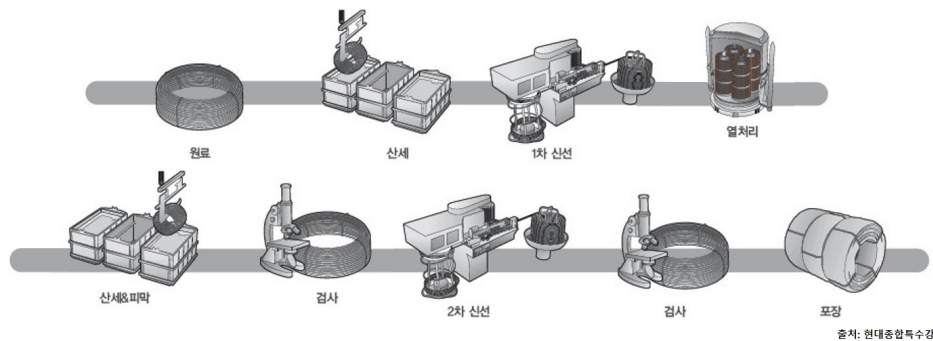


그림 2.2: 특수강 산업의 단위 공정

## 2.2 ABC 분석

기업은 시간과 비용과 같은 자원에 한계가 있기 때문에 모든 완제품을 같은 기준으로 관리할 수 없다. 따라서 가용 자원을 가장 중요한 제품을 관리하는데 사용하는 것이 합리적이며 전체 완제품을 중요도에 따라 구분하기 위해 ABC 분석 기법이 사용된다. 이는 소수가 높은 중요도를 차지하며, 다수가 낮은 중요도를 차지한다는 Pareto의 원리를 따르는 것으로 전체 완제품을 A, B, C 세 분류로 나눈다. 이때, 중요도 상위 20%의 완제품은 A 그룹으로, 30%, 50%에 해당하는 제품은 각각 B, C 그룹으로 구분한다.

본 논문에서는 4600개의 완제품을 생산 중량 기준으로 ABC 분석을 진행하였고 그 결과 전체 20%에 해당하는 921개의 완제품이 전체 생산 중량의 85%를 차지함을 관찰하였다. 그림 2.3은 전체 분석 결과를 보여주는데 점선은 일반적인 pareto curve를 의미하고 붉은 선은 특수강 산업의 곡선을 나타내는데, 특수강 곡선이 더욱 가파름을 볼 수 있고 이는 특수강 산업의 제품 수요가 일부에 집중되어 있음을 의미한다. 본 연구에서는 공통 반제품을 도출하는데 전체 완제품 중 A 그룹에 해당하는 제품만 고려한다.

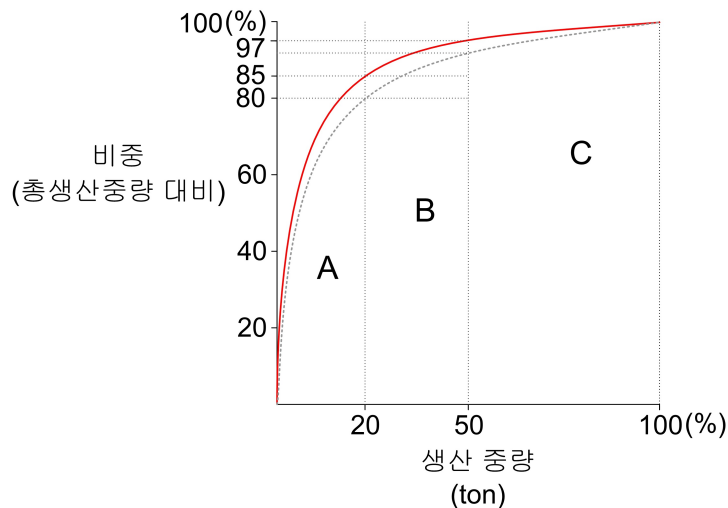


그림 2.3: ABC 분석 결과

## 2.3 원료 분석

반제품 결정 요소는 (1) 강종, (2) 원료 선경, (3) 공통 공정으로 공통 반제품은 개념상 세 성질이 모두 동일해야 한다.

먼저 강종은 ISM의 원료 생산 단계에서부터 결정되기 때문에 한번 결정된 강종은 그 성질을 바꿀 수 없으며, 서로 다른 강종은 같은 반제품으로 묶일 수 없다.

두 번째로 원료 선경 또한 강종과 마찬가지로 원료 생산 단계에서부터 결정되지만 강종과 다른 점은 특정 제품을 만들기 위해 사용되는 원료 선경이 유일하지 않다는 것이 특징이다.

고객이 특정 제품을 주문했다고 가정해보자. 이를 만들기 위해 같은 강종에 한해 고객이 주문한 선경보다 큰 선경을 가지는 어떤 원료도 이 제품을 생산하는데 사용할 수 있다. 하지만, 고객이 주문한 선경과 매우 큰 차이가 나는 선경을 가지는 원료는 신선 작업에 비용이 많이 들기 때문에 현실적으로 사용되지 않는다. 따라서 데이터로부터 각 제품별로 주로 사용되는 주원료를 도출할 수 있고 주원료가 아닌 원료도 일부 관찰된다. 다시 말해, 특정 범위 내의 선경을 가지는 동일 강종의 원료는 모두 하나의 제품을 만드는데 사용될 수 있다는 것이다.

이러한 관점으로 A 그룹의 완제품 생산에 사용되는 원료를 분석해보면 고객이 주문한 제품을 생산하는데 사용되는 주원료 선경의  $[-5 \sim +10\text{mm}]$  내의 선경을 가지는 같은 강종의 다른 원료는 하나의 원료로 간주할 수 있다. 이는 A 그룹 내의 완제품을 생산하는데 사용되는 원료를 단순화시키며 기존에 비해 적의 수의 반제품을 도출할 수 있게 된다.

## 2.4 공정 조합 분석

공정 조합을 살펴보자. 앞에서 살펴본 강종과 원료 선경이 모두 같다면 마지막으로 공통 공정을 거쳐 최종적인 하나의 반제품이 생성된다.

본 논문에서는 32가지 공정 조합을 다루는데, 전체 공정 조합은 세 가지

의 그룹으로 분류할 수 있고 표 2.4는 각 그룹의 대표적인 공정 조합 예시를 보여준다. 공정 조합 ‘HD’은 다른 공정 조합에 비해 공정 처리 시간이 매우 짧기 때문에 공통 반제품의 범주에 포함시키지 않아도 고객 서비스 저하에 크게 영향을 미치지 않는다고 판단하였다. ‘SAIP’의 경우는 제품의 차별화를 결정짓는 산세 공정이 가장 먼저 처리되기 때문에 공통 공정으로 묶일 수 없다.

‘HD’와 ‘SAIP’과 같이 공통 공정에 포함시키기에 부적절하다고 판단되는 조합들을 제외하면 18가지의 공정 조합이 남는데 이들이 가진 공통점은 열처리 공정이 포함되어 있다는 것이다. 열처리 공정은 철강 제품을 생산할 때 후속 공정의 처리가 용이하도록 재료의 성질을 부드럽게 만드는 공정을 의미한다. 이는 하나의 공정 조합의 전체 처리 시간의 80%, 처리 비용의 35%를 차지하는 병목공정으로 분류된다.

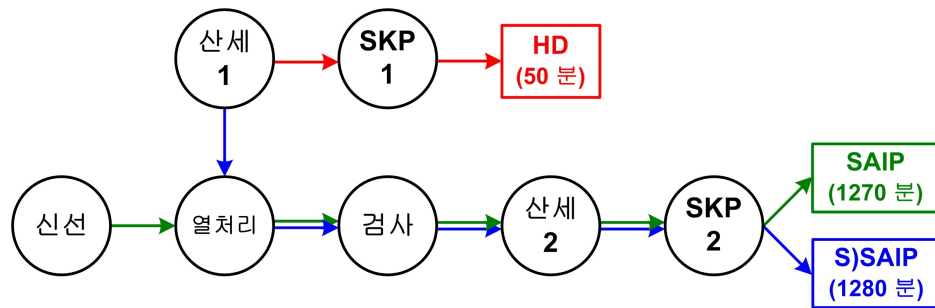


그림 2.4: 대표 공정 조합 네트워크

병목공정이 공통 공정으로 미리 처리된다면 규모의 경제 효과로부터 대 규모를 동시에 처리하기 때문에 개별 처리 비용이 감소한다. 또한 긴 시간이 미리 처리되기 때문에 고객 리드타임을 최대한 감소시켜 고객 서비스 수준을 향상시킬 수 있다. 따라서, 열처리를 중심으로 공통 공정을 고려하는 것이 합리적이다.

## 2.5 공통 반제품 도출 규칙

이번 절에서는 절 2.3에서 분석한 결과를 바탕으로 공통 반제품 도출 규칙을 제안한다. 동일한 강종 하에 하나의 주원료 선경의 [-5 ~ +10 mm]범위 내에 있는 모든 원료를 하나로 간주한다. 이를 바탕으로 다음의 세 단계를 적용하면 최종 공통 반제품이 얻어진다. 이때 각 공정 조합에서 포장과 검사 단계는 모두 동일하기 때문에 생략하였다.

1 단계
하나의 공정 조합에 제품 차별화 공정(신선)이 포함되어 있으면 신선 공정 앞 단위 공정만 고려한다. 아니라면, 기존의 조합 그대로를 고려한다. 이때, 신선 공정이 가장 먼저 나타나는 조합은 기타로 분류한다.

표 2.1과 2.2는 특수강의 실제 공정 조합 일부를 대상으로 [단계 1]의 적용 전 후를 나타낸 것이다.

	공정 조합	산세	열처리	검사	신선	산세	SKP
1	SA	○	○	○	○		
2	L)AIP		○			○	○

표 2.1: [단계 1] 적용 전

	공정 조합	산세	열처리	검사	신선	산세	SKP
1	SA	○	○	○			
2	L)AIP		○			○	○

표 2.2: [단계 1] 적용 후

2 단계
[1 단계]를 거친 공정 조합을 대상으로 임의로 하나를 선택하자. 병목공정(열처리)가 포함되어 있으면, 열처리의 종류에 따라 서로 다른 그룹으로 구성한다. 아니라면, 기타로 분류한다.

특수강 산업의 열처리 종류는 세 가지로 Spheroidized Annealing (SA), Low Temperature Annealing (LA), Regular Annealing (RA)이다. 이 세 종류는 처리 방법과 기계가 모두 다르기 때문에 공통 공정으로 묶을 수 없으며 개별적으로 고려해야 한다.

	공정 조합	산세	열처리(RA)	열처리(SA)	검사	산세
1	RAPC	○	○			○
2	SAPC	○		○	○	○

표 2.3: [단계 2] 적용 전

그룹	공정 조합	산세	열처리(RA)	열처리(SA)	검사	산세
그룹 1	RAPC	○	○			○
그룹 2	SAPC	○		○	○	○

표 2.4: [단계 2] 적용 후

### 3 단계

[2 단계]에서 구성한 그룹 별로 같은 그룹에 속한 공정 조합의 단위 공정을 비교하여 같은 순서를 가지는 공정 조합을 하나의 공통 공정으로 구성한다. 이때, 같은 순서를 가지는 여러 집합이 생길 수 있는데, 집합 별 수요를 비교하여 큰 수요를 가지는 집합으로 나머지를 모두 포함시킨다.

[단계 2]까지 거치면 공정 조합은 열처리 종류에 따라 세 가지 그룹이 도출되는데 각 그룹의 전체 생산 비중은 41%, 8%, 0.4%이다. 따라서 본 논문에서는 생산 비중이 압도적인 첫 번째 그룹만 고려한다. 첫 번째 그룹은 SA 공정 그룹이다.

첫 번째 그룹에 속하는 공정 조합은 모두 11가지 인데, 이를 대상으로 단위 공정의 순서가 같은 공정 조합을 공통 반제품으로 구성할 수 있다. 하지만, 이때 경우에 따라 여러 개의 공통 공정을 구성할 수 있는 여지가 있다.

표 2.5를 보면 공정 조합 1과 2를 산세-열처리-검사까지 공통 공정으로 구성할 수 있고, 동시에 1, 2, 3 공정 조합을 산세-열처리까지 공통 공정으로 구성할 수도 있다. 이때, 각 공정 조합이 전체 대비 생산 중량으로 구성 기준을 정한다.

먼저 생산 중량의 구성이 수요(1)과 같다고 가정하고 1, 2번의 조합을 A, 1, 2, 3의 조합을 B라 하자. A로 반제품으로 구성하면 전체 10 %의 중량을 생산할 수 있지만 이는 3의 조합으로 생산할 수 있는 중량보다 적기 때문에 A와 3을 합쳐 B로 반제품을 구성한다. 이번에는 수요(2)를 가정하자. 이때 A는 전체의 20%, 공정 조합 3은 10%를 각각 차지한다. 이때는 A가 3보다 크기 때문에 A 그대로를 반제품으로 구성한다. 표 2.5단계를 거치면 각 공정 조합의 수요에 따라 표 2.6과 표 2.7로 구성할 수 있다.



	공정 조합	산세	열처리(SA)	검사	산세	SKP	수요(1)	수요(2)
1	S)AIP	○	○	○	○	○	5%	5%
2	PSALAF	○	○	○			5%	15 %
3	PSASAIP	○	○				20%	10 %

표 2.5: [단계 3] 적용 전

공통 반제품	공정 조합	산세	열처리(SA)	검사	산세	SKP
1	S)AIP	○	○	○	○	○
1	PSALAF	○	○	○		
1	PSASAIP	○	○			

표 2.6: 수요(1)의 [단계 3] 적용 후

공통 반제품	공정 조합	산세	열처리(SA)	검사	산세	SKP
1	S)AIP	○	○	○	○	○
1	PSALAF	○	○	○		
2	PSASAIP	○	○			

표 2.7: 수요(2)의 [단계 3] 적용 후

A 그룹에서 이 11개의 공정을 거치는 완제품 생산에 사용되는 원료는 모두 122개이므로, 결론적으로 122개의 공통 반제품이 도출된다. 본 연구에서는 이 중 전체 생산 중량의 20%를 차지하는 상위 20개의 공통 반제품만 고려한다.

더불어 도출한 반제품으로 생산할 수 있는 완제품의 중량은 다음과 같다.

	전체	A 그룹
완제품 개수	4600	921
반제품에서 생산 가능한 개수	424	162
전체 대비 중량	20 %	18 %

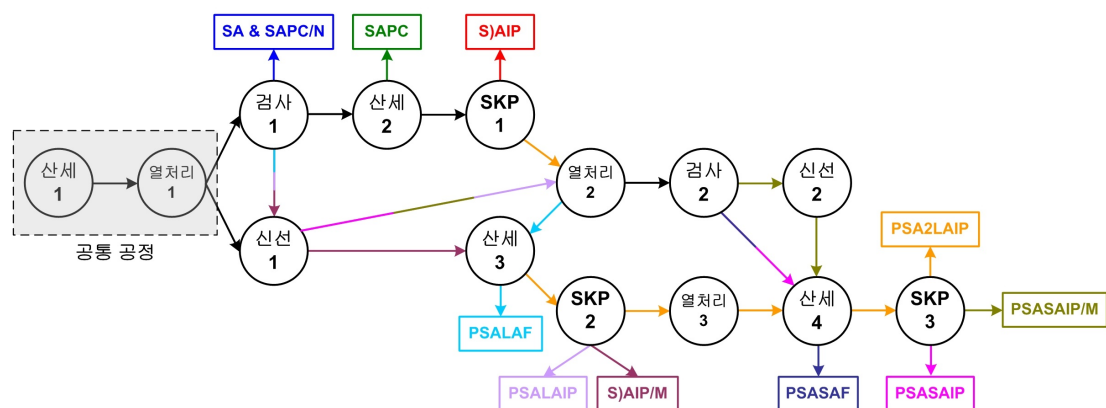


그림 2.5: 그룹 1의 공정 조합 네트워크

### 3. 모형화

이번 장에서는 2장에서 도출한 공통 반제품의 재고관리 문제를 정의한다. 모형화에 필요한 몇 가지 가정과 표기법을 바탕으로 목적함수와 비용 요소를 도출한다. 이로부터 공통 반제품이 하나인 문제를 먼저 정의한 후 복수 모형으로 확장시킨다.

#### 3.1 개요

본 모형에서는 1단계에서 도출한 반제품 20개를 대상으로 비용을 최소화하는 반제품 각각의 목표 재고량( $v$ )과 재보충 주기( $T$ )를 결정한다.

이때, 고려하는 비용 요소는 (1) 반제품 재고가 있을 때, (2) 재고 생산 비용, (3) 선의 상실 비용, (4) 잔존 가치로 구성된다. 가정에 의해 lost sales가 없으며, 재고의 유무에 따라 생산 방식이 달라지기 때문에 경우를 나누어 재고 생산 비용을 세부적으로 고려한다.

#### 3.2 가정

재고 관리 모형은 수요가 확정적인지 불확정적인지에 따라 모형화와 접근법이 달라진다. 현실적으로 모든 수요는 불확정적이지만 수요 정보를 충분히 알수 있거나 일정 패턴을 관찰할 수 있어서 허용 가능 오차 범위 내에서 수요를 예측할 수 있으면, 이를 확정적 수요로 가정할 수 있다. 그렇지 않은 경우는 불확정 수요를 가정하는 것이 일반적이다.

특수강 산업의 경우 완제품이 매우 많기 때문에 개별 완제품의 수요를 예측하는 것이 어렵고, 예측하더라도 그 오차는 매우 크다. 그렇기 때문에 불확정 수요를 가정하는 것이 자연스럽고 본 모형에서는 편의상 수요가 poisson arrival을 따른다고 가정한다.

두 번째 가정은 lost sales를 허용하지 않는다는 것이다. 이월 주문은 고객이 주문하는 당시 재고나 생산 용량 등의 이유로 생산할 수 없을 경우, 다음 주기로 생산을 미루는 것을 의미한다. 본 모형에서는 완제품이 아닌 공통 반제품의 재고 관리를 다루기 때문에 lost sales를 고려하지 않는다.

세 번째는 주문의 크기는 동일한 lot size로 발생하는 가정이며, 네 번째는 가정은 반제품에서 완제품을 생산하는 경우와 원료에서 완제품을 생산하는 경우에 소요되는 시간은 각각 상수로 고정된다는 것이다.

마지막 가정은 생산 용량 가정이다. 단일 공통 반제품 모형에서는 생산 용량이 무한하다고 가정하고, 복수 모형은 반제품 생산에 필요한 단위 공정 별 생산 용량을 가정한다.

실제 산업 현장에서는 반제품과 완제품 생산에 사용되는 기계를 따로 둘 수 있는 것이 아닌 하나의 기계에서 공통 반제품과 반제품을 모두 생산한다. 따라서 한 기계의 생산 용량을 일정 비율로 나누어 반제품을 생산하는데 할당해야한다. 공통 반제품에 필요한 공정은 산세와 열처리 두 가지로 본 모형에서는 각 단위 공정 별 하루 생산 용량의 20%를 반제품 생산 용량으로 가정한다. 이는 20개의 공통 반제품이 전체 생산 용량의 20%를 생산함을 따른다.

### 3.3 결정 변수

본 모형의 결정 변수는 두 개로 공통 반제품 각각의 목표 재고량( $v$ )와 재보충 주기( $T$ )이다.

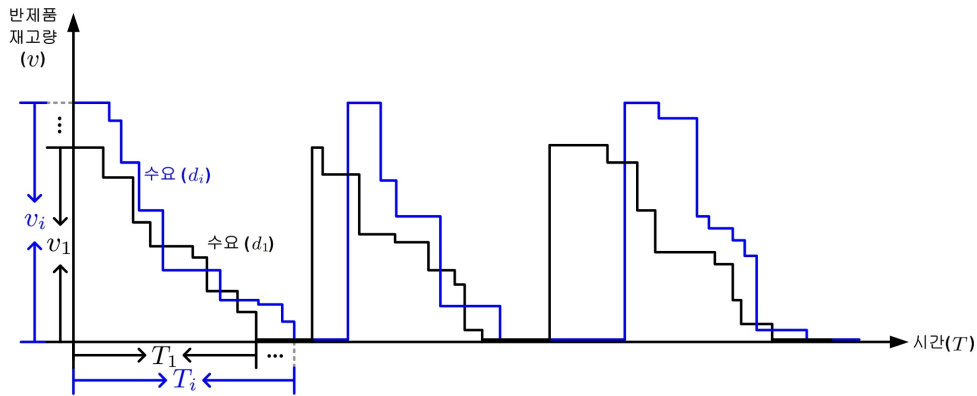


그림 3.1: 그룹 1의 공정 조합 네트워크

### 3.4 비용 함수

#### 3.4.1 반제품 재고가 있는 경우

본 모형에서는 수요가 불확정적으로 발생하기 때문에 재고 유지 비용을 평균 값으로 반영할 수 없다. 다시 말해, 재보충 주기 동안 단위 시간 반제품 재고 수준에 따른 재고 유지비용을 계산해야 하므로 아래 그림과 같이 그래프의 면적을 계산하여 비용을 고려한다.

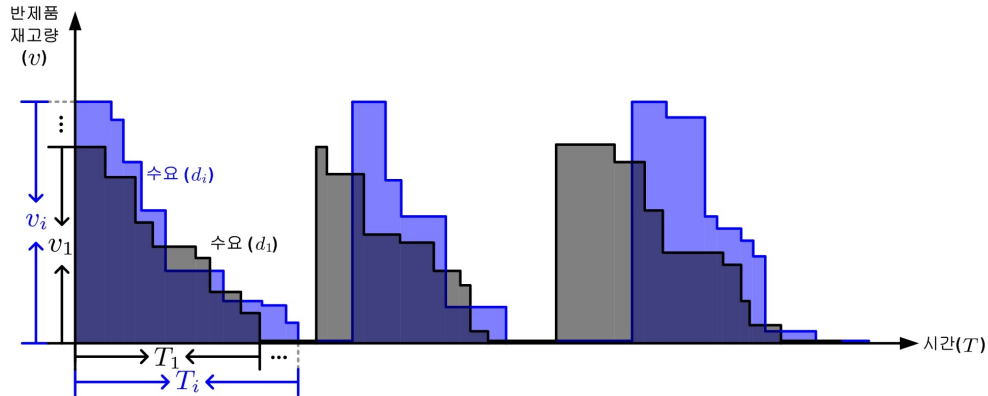


그림 3.2: 그룹 1의 공정 조합 네트워크

### 3.4.2 반제품 재고가 없는 경우

재고가 소진된 후 발생하는 수요를 다루는 방법은 두 가지이다. 첫째는 lost sales를 가정하여 고객 서비스 수준 저하에 따른 패널티 비용을 고려하는 것이다.

그렇지 않은 경우에는 도착 주문을 모두 충족시키며, 제품 생산 방식의 차이에 따라 재고 생산 비용의 고려를 달리하는 것이다.

본 모형의 경우 lost sales를 허용하지 않지만, 반제품 재고가 있는 경우에는 반제품에서 제품을 생산하며, 아닌 경우에는 원료에서부터 제품을 생산하여 공급한다. 즉, 생산 방식의 차이에 따른 비용을 각각 고려한다.

- 고정 비용

- 목표 재고량 생산: 반제품을 목표 재고 수준까지 연속적으로 생산할 때 고정 비용이 1회 발생함.
- 반제품 재고 소진 후: 생산이 불연속적으로 발생하기 때문에 고정 비용을 개별적으로 고려할 필요가 있음.

H 특수강의 경우 기존에 수요가 1회 공정 처리 기준량만큼 쌓이면 이를 배치로 생산함. 따라서 재고 소진 후부터 재보충 주기 말까지 발생하는 주문을 1회 기준량으로 나눈 횟수만큼 개별 고정비용을 고려함.

- 변동 비용

- 목표 재고량 생산: 반제품을 목표 재고 수준까지 생산하는데 발생하는 비용으로 반제품의 단위 당 생산 비용 계수와 생산량의 곱으로 계산할 수 있음.
- 반제품 → 완제품: 완제품 별 생산 시간이 다르기 때문에 제품 단위 당 단위 시간의 생산 비용 계수와 생산 시간, 생산량의 곱으로 표현할 수 있음.
- 원료 → 완제품: 위와 동일.
- H 특수강의 경우 반제품 → 완제품과 원료 → 완제품의 경우 각각이 3일 6일이 소요됨. 따라서 제품 단위 당 도출된 기간 만큼 발생하는 비용을 계수로 고려하여 생산량과의 곱으로 고려함.

### 3.4.3 선의 상실 비용

본 연구의 목표는 고객 리드타임을 단축함으로써 고객 서비스 수준을 향상 시키는데 있다. 이를 위해 고객 대기시간을 길게 만드는 요인을 비용으로 고려할 필요가 있는데, 이는 반제품 재고가 소진되어 원료에서 제품을 생산하는 경우이다(그림 3.3).

H 특수강의 경우 반제품 재고가 소진되면 고객은 3일을 추가적으로 더 기다려야한다. 따라서, 길어지는 대기 시간 동안 고객이 느끼는 비용을 선의 상실 비용으로 고려한다.

이때 비용 계수는 완제품 평균 가격의 일정 퍼센트만큼을 단위 시간 비용으로 가정하여 고려한다.



그림 3.3: 잔존가치를 고려하지 않은 경우

### 3.4.4 잔존가치

본 모형은 단일 기간이 무한 계획 기간 동안 반복됨을 가정한다. 이처럼 유한 계획 기간 문제의 경우 재보충 주기 말에 반제품 재고가 소진되지 않고 남는 경우가 발생할 수 있다.

본 모형을 풀면 재보충 주기마다 반제품 목표 재고량만큼을 계속 생산하게 된다. 만일 남은 재고의 가치를 고려하지 않으면 다음 주기의 재고는 (목표 재고량 + 전 주기의 남은 재고량)으로 누적된다(그림 3.4).

이때 모형의 비용과 실제 비용의 차이가 발생하므로 주기 말에 남은 반제품의 잔존가치를 이익으로 고려해야한다.

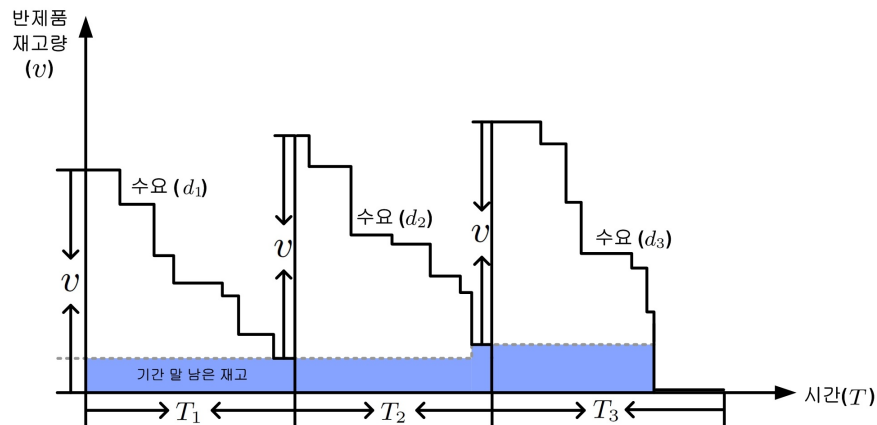


그림 3.4: 잔존가치를 고려하지 않은 경우



### 3.5 개요

목적 함수는 단위 시간당 비용 함수 최소화이며, 이때 비용 함수는 앞에서 서술한 각 요소로 구성된다.

복수 주기를 결정해야하는 부분이 본 연구의 모형을 어렵게 만든다. 따라서 파라미터를 도입하여 반제품이 하나인 단일 모형을 먼저 정의한 후 제약식을 추가하여 복수 모형으로 확장한다.

### 3.6 표기

모형화에 앞서 표기법을 정리하겠다. 다음의 표기법은 단일 공통 반제품 모형을 대상으로 하고, 복수 모형으로 확장할 때 추가되는 표기법은 따로 서술하겠다. 이때 단위 시간은 하루를 의미한다.

- 파라미터

$c$  : 공통 반제품 단위 생산 비용

$p$  : 공통 반제품에서 생산할 때, 제품 단위당 하루의 공정 처리 비용

$q$  : 원재료로부터 생산할 때, 제품 단위당 하루의 공정 처리 비용

$f$  : 고정 비용

$h$  : 1회 공정 처리 기준량

$\alpha$  : 공통 반제품에서 생산할 때 소요되는 시간

$\beta$  : 원재료로부터 생산할 때 소요되는 시간

$l$  : 단위 시간 당 발생하는 선의 상실 비용

$d$  : 주문 당 평균 수요

$r$  : 단위 시간 이자율

$\lambda$  : 단위 시간 동안 발생하는 평균 주문 횟수

- 결정 변수

$v$  : 공통 반제품 목표 재고량

$T$  : 공통 반제품 재보충 주기

### 3.7 목적함수와 비용함수

지금까지 살펴본 가정과 비용 함수에 고려될 요소들을 수식 형태로 살펴보자.

- 목적함수 -  $\min_{v,T} \{g(v, T)/T\}$

이때  $g(v, T)$ 는 비용 함수로 목적함수는 단위시간당 비용 함수로 정의하며, 비용 함수  $g(v, T)$ 는 아래의 (1) ~ (8)의 합으로 표현된다.

- 비용 함수  $g(v, T)$

(1)  $cv$  : 공통 반제품 목표 재고량 생산비용

(2)  $cr \int_0^T \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(\lambda t)^k e^{-\lambda t}}{k!} (v - kd)^+ dt$   
:  $T$ 기간 동안 지불하는 공통 반제품의 기대 재고 유지비용

(3)  $p\alpha \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(\lambda T)^k e^{-\lambda T}}{k!} (v - (v - kd)^+)$   
:  $T$ 기간 동안 공통 반제품에서 완제품을 생산할 때 지불하는 기대 비용

(4)  $-c \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(\lambda T)^k e^{-\lambda T}}{k!} (v - kd)^+$   
:  $T$ 기간 말에 남은 공통 반제품에 대한 기대 이익

$$(5) \quad q\beta \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(\lambda T)^k e^{-\lambda T}}{k!} (kd - v + (v - kd)^+)^1$$

:  $T$ 기간 동안 원재료로부터 완제품을 생산할때 지불하는 기대 비용

$$(6) \quad l(\beta - \alpha) \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(\lambda T)^k e^{-\lambda T}}{k!} (kd - v + (v - kd)^+)$$

:  $T$ 기간 동안 원재료에서 완제품을 생산할 때 고객이 반제품 재고가

있을 때보다 추가적으로 더 기다려야 하는 시간 동안 발생하는 선의  
상실 비용의 기댓값

$$(7) \quad f \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(\lambda T)^k e^{-\lambda T}}{k!} \left( \frac{kd - v + (v - kd)^+}{h} \right)$$

: 공통 반제품이 소진된 이후의 주문에 대한 개별 고정비용의 기댓값

(8)  $f$ : 공통 반제품을 목표 재고 수준까지 생산할 때의 고정비용

---

<sup>1</sup> $kd - v + (v - dk)^+ = (kd - v)^+$

### 3.8 단일 공통 반제품 모형

절 3.4에서 살펴본 목적함수와 비용 함수를 정리하면 아래와 같고, 이는 단일 공통 반제품 모형이 된다.

#### 문제 3.8.1 단일 공통 반제품 모형

$$\begin{array}{ll} \min_{v,T} & g(v, T)/T \\ \text{sub.to} & v \geq 0, T \geq 0 \end{array}$$

$$\begin{aligned} \text{이때, } g(v, T) &= cv + cr \int_0^T \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(\lambda t)^k e^{-\lambda t}}{k!} (v - kd)^+ dt \\ &+ p\alpha \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(\lambda T)^k e^{-\lambda T}}{k!} (v - (v - kd)^+) \\ &- c \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(\lambda T)^k e^{-\lambda T}}{k!} (v - kd)^+ \\ &+ (q\beta + l(\beta - \alpha)) \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(\lambda T)^k e^{-\lambda T}}{k!} (kd - v + (v - kd)^+) \\ &+ f \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(\lambda T)^k e^{-\lambda T}}{k!} \left( \frac{kd - v + (v - kd)^+}{h} \right) + f \end{aligned}$$

### 3.9 복수 공통 반제품 모형

절 3.3에서 서술한 표기에 아래의 표기를 더 추가하여 단일 공통 반제품 모형을 복수 모형으로 확장해보자.

- 인덱스

$n$  : 공통 반제품,  $n = 1, \dots, N$

$j$  : 공통 공정,  $j = 1, \dots, J$

- 파라미터

$d_n$  : 공통 반제품  $n$ 으로 만들 수 있는 완제품의 주문 당 평균 수요

$w_j$  : 공통 공정  $j$ 의 하루 단위의 생산 가능 용량

- 결정 변수

$v_n$  : 공통 반제품  $n$ 의 목표 재고량

$T_n$  : 공통 반제품  $n$ 의 재보충 주기

복수 공통 반제품 모형은 단일 모형의 목적 함수와 비용 함수를 반제품의 개수( $n$ )만큼 더해주고, 공통 공정에 속하는 단위 공정 각각의 단위 시간 동안 생산 용량을 제약식으로 고려하여 도출할 수 있다. 이를 정리하면 다음과 같다.

문제 3.9.1 복수 공통 반제품 모형

$$\begin{array}{ll}
 \min_{v_n, T_n} & \sum_{n=1}^N \frac{g(v_n, T_n)}{T_n} \\
 \text{sub.to} & \sum_{n=1}^N \frac{\text{lcm}(T_1, T_2, \dots, T_n)}{T_n} v_n \leq \frac{\text{lcm}(T_1, T_2, \dots, T_n)}{T_n} w_j, \quad \forall j \\
 & v \geq 0, \quad \forall n \\
 & T \geq 0 \quad \forall n
 \end{array}$$

$$\begin{aligned}
 \circ | \text{ 때, } \quad g(v_n, T_n)/T_n &= cv_n + cr \int_0^T \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(\lambda t)^k e^{-\lambda t}}{k!} (v_n - kd_n)^+ dt \\
 &+ p\alpha \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(\lambda T)^k e^{-\lambda T}}{k!} (v_n - (v_n - kd_n)^+) \\
 &- c \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(\lambda T)^k e^{-\lambda T}}{k!} (v_n - kd_n)^+ \\
 &+ (q\beta + l(\beta - \alpha)) \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(\lambda T)^k e^{-\lambda T}}{k!} (kd_n - v_n + (v_n - kd_n)^+) \\
 &+ f \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(\lambda T)^k e^{-\lambda T}}{k!} \left( \frac{kd_n - v_n + (v_n - kd_n)^+}{h} \right) + f
 \end{aligned}$$

## 4. 해법

이번 장에서는 3장에서 정의한 단일 모형인 문제 3.8.1에서  $T$ 가 고정되었을 때 목적함수가  $v$ 에 볼록함을 보이고, 복수 모형인 문제 3.9.1의 어려움에 대해 서술한다. 단일 모형의 성질을 바탕으로 문제 3.9.1를 풀기 위한 휴리스틱을 제안한다.

### 4.1 단일 공통 반제품 모형의 수리적 구조

먼저 단일 모형의 수리적 구조를 살펴보자.

단일 반제품 모형의 목적 함수는 결정 변수가 두 개( $v, T$ )인데, 변수가 두 개인 최적화 모형은 다음과 같이 풀 수 있다.

$$\min_{v,T} \frac{g(v,T)}{T} = \min_T \left\{ \inf_v \frac{g(v,T)}{T} \right\}$$

이때,  $T$  ( $1 \leq T \leq M$ )가 상수로 고정된 함수  $\min_v g(v;T)/T$ 는  $T$ 에 대한 함수( $h(T)$ )가 된다. 따라서  $h(T)$ 를 최소화시키는  $T$ 를 찾으면 전체 목적함수를 최소화할 수 있다.

이러한 관점에서  $T$  ( $1 \leq T \leq M$ )가 고정된  $v$ 에 대한 함수  $g(v;T)/T$ 의 구조를 살펴보자. 먼저, 직관을 얻기 위해 함수의 그래프를 살펴보자.

그림 4.1은  $T$ 가 고정된  $g(v;T)/T$ 를  $v$ 에 대한 미분값을 나타내고 있는데, 이는 함수의 기울기를 의미한다. 기울기가 음수값에서 출발해서  $v$ 가 커질수록 기울기 값이 커지며, 최초로 양수값이 된 후에도 더 큰 양수가 됨을 관찰할 수 있다. 그림 4.2은  $T$ 가 고정된 함수  $g(v;T)/T$ 의 함숫값을 나타낸다.

두 그래프를 통해  $T$ 가 상수로 고정되면  $g(v;T)/T$ 는  $v$ 에 대해 볼록함을 짐작할 수 있다. 이를 볼록 함수의 정의를 이용하여 증명해보자.

### 증명

부록 참고.

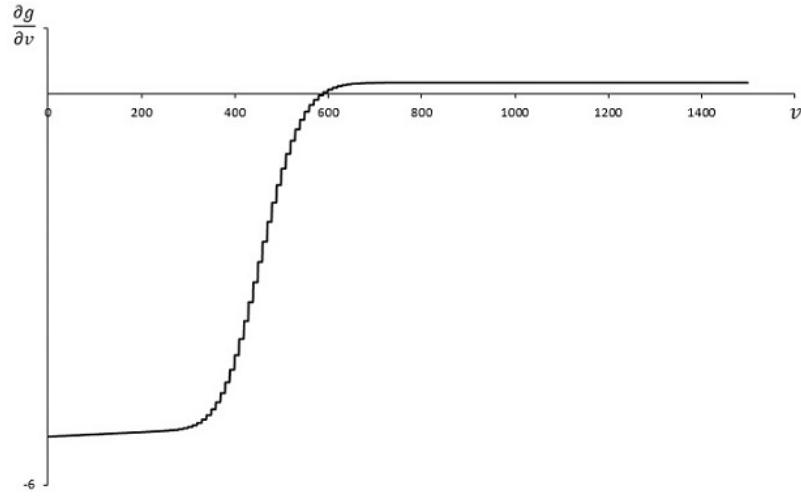


그림 4.1:  $\partial g/\partial v$  그래프

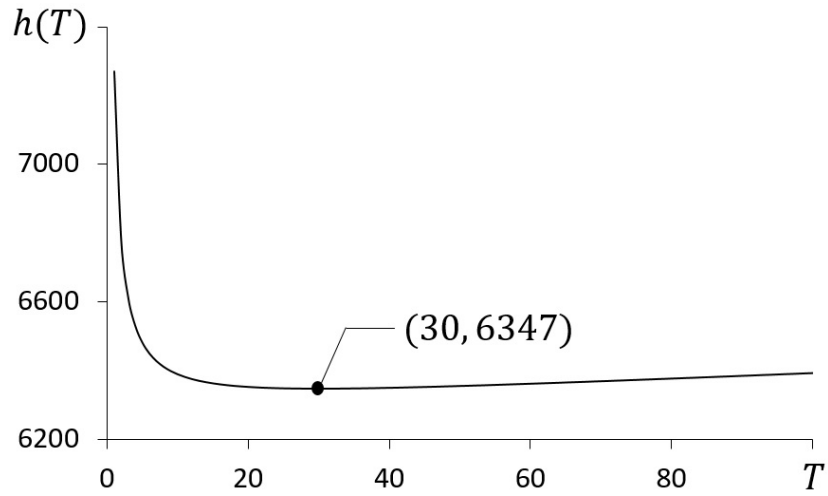


그림 4.2:  $h(T)$  그래프

## 4.2 해법 개요

3장에서 정의한 단일 공통 반제품 모형과 복수 공통 반제품 모형의 해법을 살펴보자. 먼저 단일 공통 반제품 모형은 절 4.1에서 블록성을 가지는 것을 살펴보았다. 블록 최적화 모형을 최소화할 때는 미분 값이 0이되는 stationary point를 찾는 것이 일반적이다. 하지만  $T$ 가 고정된 단일 모형의 경우  $v$  수



요  $d$ 의 배수인 지점 마다 미분 불능점이 생기는 형태이기 때문에 stationary point를 찾을 수 없다.

따라서  $T(1 \leq T \leq M)$ 가 고정된 함수  $g(v; T)/T$ 를  $v$ 에 대해  $v$ 에 대한 미분 값이 최초로 양수가 되는 지점을 찾아 해를 얻는다.

그렇다면 복수 모형은 어떻게 풀 수 있을까? 복수 모형을 풀기 어렵게 만드는 요인은 공통 반제품 개수( $n$ )만큼 각  $v_n$ 과  $T_n$ 의 값을 찾아야하기 문이다. 이와 관련한 기존의 문제를 살펴보면 JRP에서 유사성을 찾을 수 있다. JRP는 복수 제품의 주문량과 주문 주기를 구하는 문제를 일컫는다. 이는 EOQ 모형에서 확장되었는데 이 두 문제의 관계는 본 논문에서 다루는 단일 반제품 모형과 복수 모형의 관계와 유사하다.

일반적인 JRP는  $NP - hard$  문제임이 알려져 있다(Arkin et al., 1989). 즉, 이 문제를 풀 수 있는 다항시간 알고리즘이 없기 때문에 이와 관련한 다양한 휴리스틱에 대한 연구가 진행되어 왔다. 이 문제에서 가장 어려운 부분은 제품의 재보충 주기  $T_n$ 를 구하는 것인데, 따라서 대부분의 휴리스틱은  $T_n$ 을 다루기 쉽게 제한을 두는 것에 집중되어 있다.

본 논문에서 다루는 복수 모형의 경우도  $T_n$ 를 각각 구해야한다는 것이 문제를 어렵게 만들기 문에 JRP를 해결하는 휴리스틱에서 해법의 아이디어를 얻는데, 특히 Power-of-Two policy를 고려한다.

Power-of-Two Policy는 Jackson et al., (1985)가 처음 제안했는데, 이는 재보충 주기  $T_n$ 를 2의 승수 값으로 조정하여 문제를 푸는 것을 일컫으며, 이 규칙을 적용하면 6% 오차에서 최적해를 보장한다는 것을 보였다. 추후 연구를 통해 2% 오차 범위 내에서 최적해를 보장함을 보였다(Roundy, 1985).

이렇게  $T_n$ 의 값을 조정해도 최적해와 오차가 작게나는 이유는 JRP가 EOQ 모형에서 확장된 문제이기 때문이다. EOQ 모형에서 주목할 점은 sensitivity 성질이다. 이는 최적 주기보다 큰 값을 가정하더라도 최적해에 큰 영향을 주지 않는다는 것을 의미한다.

다시 본 논문의 모형으로 돌아와서 단일 공통 반제품 모형의 경우 가정은 다르지만 일반적인 EOQ 모형과 유사한 문제이다. 따라서 단일 모형에

서도 sensitivity 성질을 가정할 수 있다. 더불어 그림 4.3은  $T$ 가 고정된 함수  $g(v; T)/T$ 의 함숫값을 나타내는데 최적해 이후에  $v$ 값이 커지더라도 함수 값이 크게 증가하지 않음을 알 수 있다.

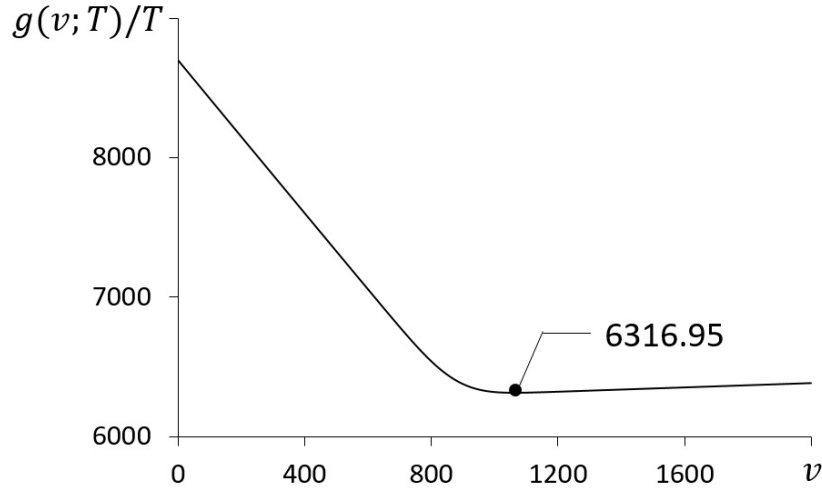


그림 4.3:  $g(v; T)/T$  그래프

이러한 성질에 기반해서 우리는 복수 모형도 sensitivity 성질을 가짐을 자연스럽게 생각할 수 있다. 최적  $T_n^*$ 보다 큰  $T_n$ 를 사용하더라도 가능해는 유지되며, 목적함수 값 또한 크게 증가하지 않음을 예상할 수 있다.

이때, 최적  $T_n^*$ 보다 큰  $T_n$ 를 구하는 방법으로 Power-of-Two Policy를 고려한다.

### 4.3 휴리스틱

단일 모형의 블록성을 바탕으로 복수 모형에서  $T_1, T_2, \dots, T_n$ 의 값이 고정된다면, 복수 모형의 목적함수  $\sum_{n=1}^N \frac{g(v_n, T_n)}{T_n}$ 는  $v_1, v_2, \dots, v_n$ 에 대해 블록이다. 또한 제약식은  $v$ 에 대해 선형이므로 이 문제는 블록 최적화 문제가 된다. 이러한 성질을 바탕으로 다음의 휴리스틱을 제안한다.

- 휴리스틱

1. 공통 반제품  $n = 1, 2, \dots, N$ 에 대해  $\min_{v_n} \frac{g(v_n, T_n)}{T_n}$ 을 풀어  $T_n^*$ 을 얻는다.
2.  $T_n^* \leq 2^{\rho_n}$ 을 만족하는 가장 작은 정수  $\rho_n$ 을 구한다.
3.  $T_n = 2^{\rho_n}$ ,  $\forall n$ 으로 고정한 복수 공통 반제품 문제를 풀어  $v_1, v_2, \dots, v_N$ 을 구한다.

본 논문에서 제안하는 휴리스틱으로 얻는 해는 단일 모형을 풀어 얻은  $T_n^*$ 를 기반으로 복수 모형을 푸는 것이기 때문에 실제 복수 모형에서  $v_n$ 과  $T_n$ 를 변수로 두고 푸는 모형과 비교했을 때 값이 다를 수 있다. 이는 EOQ 모형의 sensitivity 성질을 바탕으로 하기 문에 실제 최적해와 크게 다르지 않음을 이야기해 줄 수 있다. 또한 언급한 바와 같이 일반적인 JRP 모형은  $NP - hard$ 로 다항시간 내에 문제를 풀수 없지만, 본 논문에서 제안하는 휴리스틱은 함수의 볼록성에 기반하여 subgradient 알고리즘을 사용하여 빠른 시간에 풀 수 있다.

본 논문은 실제 특수강 산업의 문제를 다루고 있기 문에 sensitivity 성질에 의해 일정 오차를 허용할 수 있다면 정확한 최적해를 찾는 것 보다 빠른 시간 내에 문제를 풀어 고객 수요에 대응하는 것이 더욱 중요하다. 더불어 그림 4.4을 보면 Power-of-Two policy를 적용했을 때 얻을 수 있는 주기 예시를 보여준다. 이는 주기 재고관리를 시행할 때 특정 사이클을 기준으로 재고를 관리할 수 있기 때문에 재고를 효율적으로 관리할 수 있다.

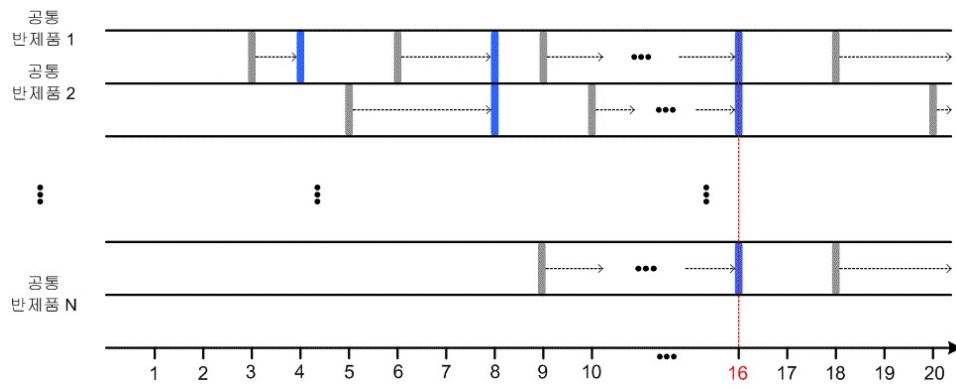


그림 4.4: Power-of-Two policy를 적용한 예시

## 5. 실험

이번 장에서는 단일 모형을 열거법(enumeration)을 통해 도출한 해를 살펴보고 복수 모형에 휴리스틱을 적용한 실험 결과를 제시한다. 이를 통해 공통 반제품의 적용 효과에 대해 살펴본다.

### 5.1 파라미터

본 논문에서 사용한 파라미터는 특수강 기업의 실제 비용과 거래내역 데이터를 기반으로 도출하였다.

특히 주문 당 평균 수요( $d$ )는 2장에서 도출한 20개의 반제품 각각으로 만들 수 있는 완제품의 일별 수요의 평균값으로 설정하였다. 두 번째로 단위 시간 이자율( $r$ )은 가정에서와 같이 연간 이자율, 제품 노후 비용, 세금, 저장 비용을 모두 합쳐 이자율로 산정하였다. 다음으로 공통 반제품에서 생산할 때 소요되는 시간( $\alpha$ )과 원재료로부터 생산할 때 소요되는 시간( $\beta$ )은 거래내역 데이터로부터 통상적으로 걸리는 시간을 도출하였다. 네 번째로 반제품이 소진되어 원재료에서 제품을 만들 때 발생하는 선의 상실 비용은 특수강 제품의 평균 비용의 5%로 산정하였다. 마지막으로 poisson 분포 계산에 사용되는 단위 시간 당 주문 횟수 ( $\lambda$ )는 20개의 반제품 각각으로 만들 수 있는 완제품의 일별 평균 주문 횟수로 가정하였다.

## 5.2 결과

공통 반제품의 도입 여부가 나타나는 부분은 선의 상실 비용과 고정비용이다. 따라서 실험에서는 차례로 두 비용의 경우를 나누어 전체 비용 감소에 어떤 영향을 주는지 살펴본다.

### 5.2.1 선의 상실 비용에 따른 결과

하루 당 선의 상실 비용을 완제품 가격의 0%, ~ 5%로 가정하여 단일 모형을 푼 결과이다. 이때 완제품은 톤당 100만원으로 가정하였다.

기존에 특수강 산업은 pull 생산방식을 채택해왔기 때문에 고객은 어느 정도의 시간은 기다려주는 성향이 있다고 말할 수 있고 따라서 선의 상실 비용이 비교적 작다.

단일 모형을 풀어 얻은 주기를 고정하여 선의 상실 비용 별 복수 모형을 풀면 선의 상실 비용의 변화에는 비용 차이가 크게 없고, 용량에 따라 크게 차이 남을 알 수 있다. 용량이 10 커지만 공통 반제품 생산량이 평균 30% 증가하는데, 이는 고정된 주기 동안 사용할 반제품을 많이 확보하여 선의 상실 비용의 지불 횟수를 줄이고자 하는 것이다.

S	0%	0.5%	1%	1.5%	2%	2.5%	5%
공통 반제품	T* V*	T* V*	T* V*	T* V*	T* V*	T* V*	T* V*
1	55 758	55 758	55 758	55 758	55 758	55 758	55 758
2	68 630	68 630	68 630	67 622	67 622	67 622	68 632
3	61 702	61 702	60 692	60 692	60 692	60 692	61 704
4	54 434	54 434	54 434	54 434	54 434	54 434	49 398
5	78 546	78 546	78 546	78 546	78 546	77 540	78 548
6	79 534	79 534	79 534	79 534	79 534	79 534	79 534
7	78 546	78 546	78 546	78 546	78 546	77 540	78 548
8	78 546	78 546	78 546	78 546	78 546	77 540	78 548
9	96 437	96 437	96 437	96 437	96 437	96 437	96 437
10	78 546	78 546	78 546	78 546	78 546	77 540	78 548
11	78 546	78 546	78 546	78 546	78 546	77 540	78 548
12	95 448	95 448	94 444	95 450	95 450	95 450	95 450
13	95 448	95 448	94 444	95 450	95 450	95 450	95 450
14	78 546	78 546	78 546	78 546	78 546	77 540	78 548
15	95 448	95 448	94 444	95 450	95 450	95 450	95 450
16	96 437	96 437	96 437	96 437	96 437	96 437	96 437
17	133 320	133 320	132 318	134 324	134 324	134 324	133 322
18	95 448	95 448	94 444	95 450	95 450	95 450	95 450
19	95 448	95 448	94 444	95 450	95 450	95 450	95 450
20	86 486	86 487	86 487	86 487	86 487	86 487	86 487

표 5.1: 선의 상설 비용에 따른 최적 주기

S	0%		0.5%		1%		1.5%		2%		2.5%		5%	
	용량 20	PoT	용량 30	PoT	용량 20	PoT	용량 20	PoT	용량 20	PoT	용량 20	PoT	용량 20	PoT
공통 반제품														
1	95.39	143.00	95.60	143.31	95.80	143.62	102.57	143.92	96.20	144.21	96.39	144.50	97.30	145.87
2	95.39	143.00	95.60	143.31	95.80	143.62	102.57	143.92	96.20	144.21	96.39	144.50	97.30	145.86
3	95.39	143.00	95.60	143.31	95.80	143.62	102.57	143.92	96.20	144.21	96.39	144.50	97.30	145.86
4	172.29	258.68	171.74	257.85	171.19	257.03	182.39	256.23	170.14	255.44	169.63	254.67	167.21	251.03
5	95.39	143.00	95.60	143.31	95.80	143.61	102.57	143.91	96.20	144.21	96.39	144.50	97.30	145.86
6	172.29	258.68	171.74	257.85	171.19	257.03	182.39	256.23	170.14	255.44	169.63	254.67	167.21	251.03
7	95.39	143.00	95.60	143.31	95.80	143.61	102.57	143.91	96.20	144.21	96.39	144.50	97.30	145.86
8	95.39	143.00	95.60	143.31	95.80	143.61	102.57	143.91	96.20	144.21	96.39	144.50	97.30	145.86
9	172.29	258.68	171.74	257.85	171.19	257.03	182.39	256.23	170.14	255.44	169.63	254.67	167.21	251.03
10	95.39	143.00	95.60	143.31	95.80	143.61	102.57	143.91	96.20	144.21	96.39	144.50	97.30	145.86
11	95.39	143.00	95.60	143.31	95.80	143.61	102.57	143.91	96.20	144.21	96.39	144.50	97.30	145.86
12	95.39	142.99	95.60	143.31	95.80	143.61	102.57	143.91	96.20	144.21	96.39	144.50	97.30	145.86
13	95.39	142.99	95.60	143.31	95.80	143.61	102.57	143.91	96.20	144.21	96.39	144.50	97.30	145.86
14	95.39	143.00	95.60	143.31	95.80	143.61	102.57	143.91	96.20	144.21	96.39	144.50	97.30	145.86
15	95.39	142.99	95.60	143.31	95.80	143.61	102.57	143.91	96.20	144.21	96.39	144.50	97.30	145.86
16	172.29	258.68	171.74	257.85	171.19	257.03	182.39	256.23	170.14	255.44	169.63	254.67	167.21	251.03
17	95.39	142.99	95.60	143.31	95.80	143.61	102.57	143.91	96.20	144.21	96.39	144.50	97.30	145.86
18	95.39	142.99	95.60	143.31	95.80	143.61	102.57	143.91	96.20	144.21	96.39	144.50	97.30	145.86
19	172.29	258.68	171.74	257.85	171.19	257.03	182.39	256.23	170.14	255.44	169.63	254.67	167.21	251.03
목적합수	21172	19553	21312	19680	21455	19810	21594	19936	21735	20062	21878	20193	22562	20798
반제품 생산량 0	24357		24525		24693		24861		25029		25197		26456	
(%)	13.08	19.72	13.10	19.76	13.11	19.78	13.14	19.81	13.16	19.85	13.17	19.86	14.72	21.39

표 5.2: 신의 상설 비용에 따른 목적합수 값 (단위: 만원)



### 5.2.2 고정비용에 따른 결과

고정비용의 차이에 따른 단일 모형 실험 결과를 살펴보면 비용 변화에 따라 얻어지는 주기의 변화가 뚜렷함을 알 수 있다. 이는 실제 산업에서 특정톤만큼 주문이 쌓이면 한 번 공정 처리한다고 가정해보자. 반제품 20개로 만들 수 있는 완제품은 하루 평균 114톤의 주문이 발생하는데, 이를 30톤 마다 처리한다고 생각하면 하루에 약 4번의 고정비용이 발생하게 된다. 하지만, 이를 반제품으로 연속적으로 처리하게 되면 한번의 고정비용만 발생하기 때문에 반제품 도입이 의미가 있는 것이다.

공통 반제품	50		100		150		200	
	T*	v*	T*	v*	T*	v*	T*	v*
1	27	392	39	548	48	666	55	758
2	33	324	47	446	58	544	68	630
3	30	364	42	496	52	604	60	692
4	36	294	51	408	54	433	64	508
5	38	282	54	388	67	474	76	534
6	39	274	55	379	68	463	77	521
7	38	282	54	388	67	474	76	534
8	38	282	54	388	67	474	76	534
9	47	223	68	315	83	380	92	420
10	38	282	54	388	67	474	76	534
11	38	282	54	388	67	474	76	534
12	47	236	66	320	82	392	91	432
13	47	236	66	320	82	392	91	432
14	38	282	54	388	67	474	76	534
15	47	236	66	320	82	392	91	432
16	47	223	68	315	83	380	92	420
17	65	168	92	228	115	280	124	302
18	47	236	66	320	82	392	91	432
19	47	236	66	320	82	392	91	432
20	86	486	60	368	75	441	79	450

표 5.3: 고정비용에 따른 최적 주기

공통 반제품	50		100		150		200	
	용량 20		용량 30		용량 20		용량 30	
	PoT	PoT	PoT	PoT	PoT	PoT	PoT	PoT
1	53.52	80.23	68.81	103.15	90.09	135.05	92.35	138.44
2	53.52	80.23	68.81	103.14	90.09	135.05	92.35	138.44
3	53.52	80.23	68.81	103.15	90.09	135.05	92.35	138.44
4	79.39	119.26	113.57	170.57	156.41	234.85	165.00	247.75
5	53.52	80.23	68.81	103.14	90.09	135.05	92.35	138.44
6	79.39	119.26	113.57	170.57	156.41	234.85	165.00	247.75
7	53.52	80.23	68.81	103.14	90.09	135.05	92.35	138.44
8	53.52	80.23	68.81	103.14	90.09	135.05	92.35	138.44
9	79.39	119.26	113.57	170.57	156.41	234.85	165.00	247.75
10	53.52	80.23	68.81	103.14	90.09	135.05	92.35	138.44
11	53.52	80.23	68.81	103.14	90.09	135.05	92.35	138.44
12	53.52	80.22	68.81	103.14	90.09	135.05	92.35	138.44
13	53.52	80.22	68.81	103.14	90.09	135.05	92.35	138.44
14	53.52	80.23	68.81	103.14	90.09	135.05	92.35	138.44
15	53.52	80.22	68.81	103.14	90.09	135.05	92.35	138.44
16	79.39	119.26	113.57	170.57	156.41	234.85	165.00	247.75
17	53.51	80.22	68.80	103.14	90.08	135.04	92.35	138.44
18	53.52	80.22	68.81	103.14	90.09	135.05	92.35	138.44
19	53.52	80.22	68.81	103.14	90.09	135.05	92.35	138.44
20	79.39	119.26	113.57	170.57	156.41	234.85	165.00	247.75
목적합수	13436	12852	16245	15311	19054	17773	21838	20196
반제품 생산량 0	8209		8230		8247		8260	
(%)	13.28	19.99	13.30	20.02	13.28	19.99	13.30	20.02

표 5.4: 고정비 용에 따른 목적합수 값 (단위: 만원)

### 5.2.3 선의 상실 비용이 없을 때의 결과

이는 고객이 기다림을 용인하는 것을 의미하는데, 이 경우에도 반제품을 도입하는 것이 비용 감소에 효과적이라는 것을 실험적으로 알 수 있다.

이는 반제품을 생산하는 것 자체로부터 고려되는 고정비용의 횡수가 줄어들기 때문이다.

반제품 생산량 0	용량 20		용량 30	
	목적함수값 (PoT)	개선율 (%)	목적함수값 (PoT)	개선율 (%)
24357	21172	13.08	19553	19.72

표 5.5: 선의 상실 비용이 없는 경우의 목적함수 값 (단위: 만원)

## 6. 결론 및 추후 과제

본 논문에서는 순수한 pull 전략으로 운영되어온 특수강 산업에 지연 전략을 적용하여 비용 절감 및 고객 만족도 향상의 가능성을 관찰했다. 이를 위해 먼저 특수강 환경을 관찰하여 유의미한 공통 반제품을 도출하고, 도출된 공통 반제품의 목표 재고량과 재보충 주기를 구하는 생산 계획 문제를 정의하고 이 문제를 푸는 휴리스틱을 제안하여 문제를 해결하였다.

실험 결과, 공통 반제품 도입 전후에 비용이 감소하는 것을 관찰할 수 있었다.

추후에는 현재 우리 연구에서 다루는 완제품을 전체로 확대시켜 더욱 현실적인 문제를 다루는 연구가 필요하다. 현재 A 그룹을 대상으로 반제품을 도출하였고 이러한 반제품은 주로 A 그룹의 완제품을 생산하는데 사용된다. 따라서 현재의 연구를 확대하여 B와 C 그룹의 완제품을 함께 고려하는 현실적인 문제가 고려되어야 한다.

본 논문에서 정의한 복수 공통 반제품 모형의 수리적 구조를 살펴 현재 휴리스틱을 개선하는 연구가 진행되어야 한다.

## 7. 부록

단일 공통 반제품 모형의 목적함수에서  $T$ 가 상수로 고정되면  $g(v; T)/T$ 는  $v$ 에 대해 볼록임을 보이자.

$g(v; T)/T$ 의 각 항이 모두  $v$ 에 대해 볼록임을 보이고, 볼록함수의 합은 볼록임을 통해 전체 함수가 볼록임을 보이자. 이때,  $\frac{1}{T}$ 은 상수이기 때문에  $g(v; T)$ 의 볼록성을 보이는 것으로 충분하다.

먼저, 단일 공통 반제품 모형을 간단히 정리한 후 각 항에 대해 살펴보자.

$$\begin{aligned} g(v, T)/T = & \frac{1}{T} \left\{ (c + p\alpha - q\beta - l(\beta - \alpha) - \frac{f}{d})v + cr \int_0^T \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(\lambda t)^k e^{-\lambda t}}{k!} (v - kd)^+ dt \right. \\ & + (-p\alpha + q\beta + l(\beta - \alpha) - c + \frac{f}{d}) \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(\lambda T)^k e^{-\lambda T}}{k!} (v - kd)^+ \\ & \left. + (q\beta + l(\beta - \alpha) + \frac{f}{d}) \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(\lambda T)^k e^{-\lambda T}}{k!} (dk) + f \right\}. \end{aligned}$$

i)  $f_1(v) = (c + p\alpha - q\beta - l(\beta - \alpha) - \frac{f}{d})v$ 일때,  $f_1(v)$ 는  $v$ 에 대한 1차 함수이므로 볼록함수이다.

ii)  $f_2(v) = w_1 \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(\lambda t)^k e^{-\lambda t}}{k!} (v - kd)^+$  이고,  $v_1, v_2 \in \text{dom} f_2(v)$ ,  $\mu : 0 \leq \mu \leq 1$ 에 대해 다음을 만족한다. (이때,  $w_1 = (-c - p\alpha + q\beta + l(\beta - \alpha) + \frac{f}{d})$ )

$$\begin{aligned} & w_1 \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(\lambda t)^k e^{-\lambda t}}{k!} (\mu v_1 + (1 - \mu)v_2 - kd)^+ \\ = & w_1 \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(\lambda t)^k e^{-\lambda t}}{k!} (\mu(v_1 - kd) + (1 - \mu)(v_2 - kd))^+ \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&\leq w_1 \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(\lambda t)^k e^{-\lambda t}}{k!} (\mu(v_1 - kd)^+ + (1 - \mu)(v_2 - kd)^+) \\
&= w_1 \mu \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(\lambda t)^k e^{-\lambda t}}{k!} (v_1 - kd)^+ + w_1 (1 - \mu) \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(\lambda t)^k e^{-\lambda t}}{k!} (v_2 - kd)^+.
\end{aligned}$$

블록함수의 정의에 의해  $f_2(v)$ 는 블록함수이다.

iii)  $f_3(v) = cr \int_0^T \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(\lambda t)^k e^{-\lambda t}}{k!} (v - kd)^+ dt$ 이고,  $v_1, v_2 \in \text{dom} f_3(v)$ ,  $\nu :$   
 $0 \leq \nu \leq 1$ 에 대해 다음을 만족한다.

$$\begin{aligned}
&cr \int_0^T \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(\lambda t)^k e^{-\lambda t}}{k!} (\nu v_1 + (1 - \nu)v_2 - kd)^+ dt \\
&= cr \int_0^T \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(\lambda t)^k e^{-\lambda t}}{k!} (\nu(v_1 - kd) + (1 - \nu)(v_2 - kd))^+ dt \\
&\leq cr \int_0^T \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(\lambda t)^k e^{-\lambda t}}{k!} (\nu(v_1 - kd)^+ + (1 - \nu)(v_2 - kd)^+) dt \\
&= cr \nu \int_0^T \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(\lambda t)^k e^{-\lambda t}}{k!} (v_1 - kd)^+ dt + cr(1 - \nu) \int_0^T \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(\lambda t)^k e^{-\lambda t}}{k!} (v_2 - kd)^+ dt.
\end{aligned}$$

블록함수의 정의에 의해  $f_3(v)$ 는 블록함수이다.

나머지 항은 모두 상수이며, 블록함수의 평행이동은 블록성을 유지시키며, 블록함수는 합과 상수 곱에 닫혀있기 때문에 전체  $T$ 가 고정된 함수  $g(v; T)/T$ 는  $v$ 에 대해 블록이다. ■

## 참 고 문 헌

- [1] W. Alderson. *Marketing Efficiency and the Principle of Postponement*. Cost and Profit Outlook, 1950.
- [2] Esther Arkin, Dev Joneja, and Robin Roundy. Computational complexity of uncapacitated multi-echelon production planning problems. *Operations Research Letters*, 8(2):61–66, 1989.
- [3] Anantaram Balakrishnan and Stuart Brown. Process planning for aluminum tubes: An engineering-operations perspective. *Operations Research*, 44(1):7–20, 1996.
- [4] Anantaram Balakrishnan and Joseph Geunes. Production planning with flexible product specifications: an application to specialty steel manufacturing. *Operations Research*, 51(1):94–112, 2003.
- [5] Alexander O Brown, Hau L Lee, and Raja Petrakian. Xilinx improves its semiconductor supply chain using product and process postponement. *Interfaces*, 30(4):65–80, 2000.
- [6] Peter Dapiran. Benetton—global logistics in action. *International Journal of Physical Distribution & Logistics Management*, 22(6):7–11, 1992.
- [7] Brian Denton, Diwakar Gupta, and Keith Jawahir. Managing increasing product variety at integrated steel mills. *Interfaces*, 33(2):41–53, 2003.
- [8] Amit Eynan and Dean H Kropp. Periodic review and joint replenishment in stochastic demand environments. *IIE transactions*, 30(11):1025–1033, 1998.

- [9] Diwakar Gupta and Saif Benjaafar. Make-to-order, make-to-stock, or delay product differentiation? a common framework for modeling and analysis. *IIE transactions*, 36(6):529–546, 2004.
- [10] Sung-Pil Hong and Yong-Hyuk Kim. A genetic algorithm for joint replenishment based on the exact inventory cost. *Computers & Operations Research*, 36(1):167–175, 2009.
- [11] Peter Jackson, William Maxwell, and John Muckstadt. The joint replenishment problem with a powers-of-two restriction. *IIE transactions*, 17(1):25–32, 1985.
- [12] Fang-Chuan Lee and Ming-Jong Yao. A global optimum search algorithm for the joint replenishment problem under power-of-two policy. *Computers & Operations Research*, 30(9):1319–1333, 2003.
- [13] Hau L Lee. Effective inventory and service management through product and process redesign. *Operations Research*, 44(1):151–159, 1996.
- [14] Hau L Lee and Corey Billington. Designing products and processes for postponement. In *Management of Design*, pages 105–122. Springer, 1994.
- [15] Hau L Lee and Christopher S Tang. Modelling the costs and benefits of delayed product differentiation. *Management science*, 43(1):40–53, 1997.
- [16] Steven Nahmias and Ye Cheng. *Production and operations analysis*, volume 2. Irwin Homewood, IL, 1993.
- [17] Uday S Rao. Properties of the periodic review (r, t) inventory control policy for stationary, stochastic demand. *Manufacturing & Service Operations Management*, 5(1):37–53, 2003.



- [18] Robin Roundy. 98%-effective integer-ratio lot-sizing for one-warehouse multi-retailer systems. *Management science*, 31(11):1416–1430, 1985.
- [19] Fernando F Suarez, Michael A Cusumano, and Charles H Fine. An empirical study of manufacturing flexibility in printed circuit board assembly. *Operations research*, 44(1):223–240, 1996.
- [20] Jayashankar M Swaminathan and Sridhar R Tayur. Managing broader product lines through delayed differentiation using vanilla boxes. *Management Science*, 44(12-part-2):S161–S172, 1998.
- [21] Lixin Tang and Guoli Liu. A mathematical programming model and solution for scheduling production orders in shanghai baoshan iron and steel complex. *European Journal of Operational Research*, 182(3):1453–1468, 2007.
- [22] Mark A Vonderembse. Selecting master slab width (s) for continuous steel casting. *Journal of Operations Management*, 4(3):231–244, 1984.
- [23] Mark A Vonderembse and Robert W Haessler. A mathematical programming approach to schedule master slab casters in the steel industry. *Management Science*, 28(12):1450–1461, 1982.
- [24] Walter Zinn. Should you assemble products before an order is received? *Business Horizons*, 33(2):70–73, 1990.

# ABSTRACT

Hyeon-Ji Hwang

Department of Industrial Engineering

The Graduate School

Seoul National University

The steel industry is divided into the Integrated Steel Mill Industry(ISM) and Special Steel Mill Industry(SSM).

ISM is easy to apply push-pull hybrid strategy, whereas for the SSM only the Pull strategy has been considered. In this paper, we consider push-pull boundary optimization problem to reduce costs and improve customer service level.

As a representative hybrid strategy, the delayed differentiation strategy is based on inventory of common semi-finished products. It means that if the actual demand arrives, it will be supplied through the remaining processes.

In this study, first, we derived semi-finished products through the analysis of product, raw material, product processes, and define the problem of inventory management of semi-finished products to achieve push-pull border optimization.

Specifically, the problem of semi-finished goods inventory management is deciding target inventory and the replenishment cycle. This problem is similar with the Joint Replenishment Problem (JRP), where both problems are finding multiple cycle makes the problem difficult. Therefore, Solve problems through heuristics.

JRP, known as  $NP - hard$ , fixes the problem by fixing the period to a constant value. In this model, similarly, the period is fixed by multiplier of 2, power-of-two policy. Introduction of semi-finished products through experiments, the cost was reduced compared to before.

**Keywords :** Postponement strategy, Special steel industry, production planning problem, JRP

**Student number :** 2015-21157